

Fonctions Logiques

Cette fiche est consacrée aux Fonctions Logiques réalisables avec des opérateurs logiques ainsi qu' à leurs diverses représentations.

1 - Définition

On appelle fonction logique une combinaison de variables booléennes reliées par des opérateurs NON, ET, OU (ou par des opérateurs dérivés).

Exemple :

$$F = (A+B).C$$

1-1 Fonction Logique complètement définie

Une fonction logique est complètement définie quand on connaît sa valeur (0 ou 1) pour toutes les combinaisons des variables d'entrée.

Il existe 2ⁿ combinaisons pour n variables d'entrée. On établit la table de vérité de la fonction :

Exemple :

Fonction **FMAJ** majorité de trois variables a, b, c. La fonction vaut 1 si la majorité des variables vaut 1.

a	b	c	FMAJ
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$FMAJ = (\bar{a}.b.c) + (a.\bar{b}.c) + (a.b.\bar{c}) + (a.b.c)$$

La fonction FMAJ est VRAI c'est à dire à 1 pour 4 lignes de la table de vérité.

La fonction FMAJ sera à 1 lorsque l'état de ces 3 variables d'entrée a, b et c sera celui de la 4^{ième} ligne OU celui de la 6^{ième} ligne OU celui de la 7^{ième} ligne OU celui de la 8^{ième} ligne.

1-2 Fonction Logique incomplètement définie

Une fonction logique est incomplètement définie quand sa valeur est indifférente ou non spécifiée pour certaines combinaisons des variables d'entrée. (Dans certains cas, certaines combinaisons des variables d'entrées sont impossibles). On notera X la valeur de la fonction dans ce cas, et on pourra attribuer à X la valeur binaire 0 ou 1 nous convenant en vue d'une simplification de la fonction.

Exemple :

Le cas d'une machine à laver possédant un clavier verrouillé mécaniquement permet d'aborder les fonctions logiques incomplètement définies.

Supposons une machine possédant 3 boutons de température (T1, T2 et T3) et dont le fonctionnement mécanique empêche deux boutons d'être enfoncés simultanément; Il en résulte que certaines combinaisons des variables d'entrées T1, T2 et T3 sont impossibles à réaliser, et donc que pour ces combinaisons la fonction associée est incomplètement définie.

2 - Autres représentations des Fonctions logiques

2-1 Tableau de KARNAUGH

La méthode de Karnaugh conduit à représenter les états d'une fonction logique, non sous forme d'une table de vérité, mais en utilisant un tableau à double entrée.

Chaque case du tableau correspond à une combinaison des variables d'entrée, donc à une ligne de la table de vérité.

Les lignes et les colonnes du tableau sont numérotés selon le code **BINAIRE REFLECHI**.

Représentation sous forme d'un tableau de Karnaugh la fonction majorité FMAJ(a, b, c)

		b		a	
	ab	00	01	11	10
c	0	0	0	1	0
c	1	0	1	1	1

		b		a	
	ab	00	01	11	10
c	0	$\bar{a}.\bar{b}.\bar{c}$	$\bar{a}.b.\bar{c}$	$a.b.\bar{c}$	$a.\bar{b}.\bar{c}$
c	1	$\bar{a}.b.c$	$a.\bar{b}.c$	$a.b.c$	$\bar{a}.\bar{b}.c$

On est souvent amené à rechercher la simplification de l'écriture d'une fonction logique pour aboutir à une réalisation matérielle plus simple (moins d'opérateurs). Le tableau de Karnaugh était utilisé dans ce but avant l'arrivée de programmes informatiques performants.